

Wiskundige vaardigheden voor natuurkunde

Bij natuurkunde (en ook andere vakken) kom je best veel wiskunde tegen dat je moet toepassen in een bepaalde context. Die wiskunde werkt natuurlijk hetzelfde als je hebt geleerd in wiskundelessen, maar het ziet er soms wat anders uit dan je gewend bent.

Om te zorgen dat je comfortabel om kan gaan met de wiskunde die je tegenkomt in de natuurkundeles en bij de natuurkundetoetsen, leggen we daar nu de nadruk op.

In deze syllabus leer je contextloos omgaan met vergelijkingen. De basis van de algebra (ook wel de 'balansmethode') tot wordt uitgelegd zodat je handig bent

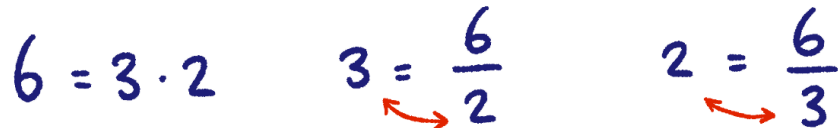
Aan het einde van deze lessenserie toon je met een toets aan dat je het volgende beheerst:

- Algebra (de balansmethode) *op snelheid* met drie variabelen.
- Algebra (de balansmethode) met meer dan drie variabelen.
- Hoeveelheid significante cijfers herkennen
- Getallen omzetten van en naar wetenschappelijke notatie
- Getallen noteren in een gegeven hoeveelheid significante cijfers
- De 'EXP' of ' $\times 10^x$ ' knop vinden op je rekenmachine en kunnen gebruiken.

In deze syllabus staat de theorie met de opgaven afgewisseld. Steeds oefen je in de opgaven de theorie die daarvoor behandeld is. De vaardigheden die je leert stapelen op, dus let goed op en sla geen stappen over! Als je de vaardigheid al beheerst, is het maken van de opgaven appeltje eitje.

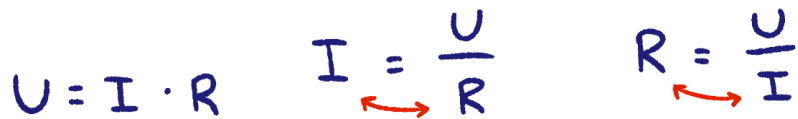
1. Balansmethode op snelheid met drie variabelen.

Veel formules in de natuurkunde beschrijven simpele verbanden. Simpele verbanden hebben weinig variabelen. Het komt dus geregeld voor dat formules drie variabelen hebben. Deze formules heb je in driehoekjes zien staan, zodat je dat trucje kan gebruiken om ze om te draaien. Nu je gewend bent aan rekenen met letters moet je dat driehoekje loslaten. Veel liever gebruiken we een wiskundige methode. Zie de drie sommen hieronder.

$$6 = 3 \cdot 2 \quad 3 = \frac{6}{2} \quad 2 = \frac{6}{3}$$


Elke formule met drie variabelen en een vermenigvuldiging volgt hetzelfde patroon als de drie sommen. In plaats van dat we met getallen werken, gebruiken we variabelen. Die variabelen kunnen dan elke waarde hebben die we willen, zolang ze maar wiskundig met elkaar kloppen.

We gebruiken de wet van Ohm als voorbeeld. Als je met deze formule kan werken, kan je

$$U = I \cdot R \quad I = \frac{U}{R} \quad R = \frac{U}{I}$$


met elke andere formule werken met drie variabelen en een vermenigvuldiging.

Deze drie formules zijn allemaal correcte vormen waarin de wet van Ohm zich voordoet. Zie je dat ze hetzelfde werken als de sommen erboven? Met één van de drie versies kan je gemakkelijk de anderen vinden. Er zijn altijd twee versies met een breuk en één versie met een vermenigvuldiging.

Het volgende moet je gaan opvallen:

- De variabele voor de = en de variabele onder de deelstreep kan je gewoon met elkaar omwisselen.
- Ook kan je de twee waarden met elkaar vermenigvuldigen. Dan krijg je de overgebleven variabele die boven de deelstreep staat.
- Zie ook dat de waarde boven de deelstreep telkens de U is. Deze waarde blijft dus dezelfde.

Opgave 1.1: Draai de formules om zodat de gearceerde waarde voor de = komt te staan.

$$U = N \cdot M \rightarrow$$

$$A = B \cdot C \rightarrow$$

$$R = \frac{T}{S} \rightarrow$$

$$K = \frac{P}{L} \rightarrow$$

$$M = \frac{P}{O} \rightarrow$$

$$Q = \frac{R}{S} \rightarrow$$

$$L = \frac{K}{T} \rightarrow$$

$$T = O \cdot S \rightarrow$$

$$H = \frac{A}{Y} \rightarrow$$

$$Y = M \cdot P \rightarrow$$

$$\Delta = \frac{\otimes}{\nabla} \rightarrow$$

$$\Theta = \frac{\sim}{\Phi} \rightarrow$$

Je ziet bij de laatste drie formules ineens hele andere symbolen dan je gewend bent. Dat maakt voor de balansmethode helemaal niets uit! Normaal gesproken gebruiken we bekende letters, maar je komt ook weleens letters uit het Griekse alfabet tegen!

2. Balansmethode met meer dan drie variabelen.

Snel werken met kleine formules kan omdat er herkenbare patronen ontstaan die je makkelijk kan toepassen, maar bij grotere formules zal je algebra moeten toepassen om ze om te draaien. Algebra noemen we hier ook 'de balansmethode'.

De balansmethode werkt bij elk vak hetzelfde (wiskunde, natuurkunde, scheikunde, economie, etc), maar lijkt soms te verschillen. Die verschillen zitten in de context en de gevraagde uitkomst, maar de methode is altijd hetzelfde.

Met de balansmethode verander je de volgorde van symbolen in een vergelijking. **Je bent dus niets aan het berekenen.** Ook als je met getallen bezig bent, ga je nog even niets berekenen. '10 + 2 - 7' blijft dus '10 + 2 - 7' en wordt niet ineens '5'.

Links en rechts toevoegen

In de wiskunde is de '=' het belangrijkste symbool dat er is. Het vergelijkt iets met een ander en stelt dat de twee gelijk zijn aan elkaar. Met deze simpele stelling kunnen we gaan spelen.

Het lijkt eng, die gigantische vergelijkingen, maar wat er staat is nog even niet van belang. Belangrijk is dat we zeker weten dat de vergelijking klopt, omdat we de balansmethode volgen. Het maakt niet uit wat we toevoegen, zolang we het maar aan beide kanten van de = exact hetzelfde toevoegen is de vergelijking altijd kloppend.

Wat je toevoegt, voeg je daarom altijd aan de *alles* aan een kant van de = toe. Als je één kant deelt door 2, moet je *alles* aan de andere kant ook delen door 2. Dit betekent soms dat je haakjes moet toevoegen om de juiste rekenvolgorde te behouden.

$$\begin{aligned} 8 + 2 &= 14 - 4 \\ 8 + 2 - 1 &= 14 - 4 - 1 \\ \frac{8 + 2 - 1}{5} &= \frac{14 - 4 - 1}{5} \\ \sqrt{\frac{8 + 2 - 1}{5}} &= \sqrt{\frac{14 - 4 - 1}{5}} \\ \sqrt{\frac{8 + 2 - 1}{5}} \cdot 2 &= \sqrt{\frac{14 - 4 - 1}{5}} \cdot 2 \\ \left(\sqrt{\frac{8 + 2 - 1}{5}} \cdot 2\right)^3 &= \left(\sqrt{\frac{14 - 4 - 1}{5}} \cdot 2\right)^3 \end{aligned}$$

Het omgekeerde toevoegen

Als we slim zijn, kunnen we stiekem ook dingen weghalen. We moeten alleen maar het omgekeerde van iets toevoegen! Daarbij is wel het symbool van de bewerking van belang: het omgekeerde van +2 is -2. Het omgekeerde van *5 is /5.

NB: als er geen symbool voor het getal staat is het symbool een +. de 8 hiernaast is dus een +8

$$\begin{aligned} 8 + 2 &= 14 - 4 \\ 8 + 2 - 2 &= 14 - 4 - 2 \\ 8 &= 14 - 4 - 2 \end{aligned}$$

Als je goed oplet, is het je misschien opgevallen dat als je aan de linkerkant van de = iets weghaalt, het in de omgekeerde vorm bij de rechterkant erbij komt. Natuurlijk gebeurt dat ook de andere kant op. Als je links +2 weghaalt, komt er rechts -2 bij. Effectief zijn we dus getallen aan het verschuiven.

$$\begin{aligned} 8 + 2 &= 14 - 4 \\ 8 + 2 - 2 &= 14 - 4 - 2 \\ 8 &= 14 - 4 - 2 \end{aligned}$$

Een goed geïsoleerde waarde

En nu gaan we niet met getallen schuiven, maar met letters. Net als dat je links +2 weg kan halen kan je ook links '+A' weghalen. Dan komt er rechts '-A' bij. A is een variabele. Dat wil zeggen dat de waarde niet vast ligt. Omdat we in deze syllabus geen waarden toekennen aan de variabelen, zijn we ook niets aan het berekenen.

Wat het belangrijkste is, is dat we hem kunnen verschuiven.

Het verschuiven van waarden in een vergelijking heeft meestal als doel om uiteindelijk een waarde te **isoleren**. Als een waarde geïsoleerd is, staat deze alleen voor of achter een =.

Aan de andere kant van de = staat dan dus hoe je deze waarde berekent.

Opgave 2.1 Isoleer de gearceerde waarde

$$A + B = P + L$$

$$Q - R = V + G$$

$$X - Y + W = L - T$$

$$S + P = C + B - F$$

2.2 Handig met breuken

Vrijwel alle formules die je tegen gaat komen hebben een vermenigvuldiging of een breuk erin staan. Dat betekent dat het handig is om een beetje handig te zijn met breuken. Terwijl je werkt met deze syllabus zal je steeds kleine trucs tegenkomen die handig zijn bij breuken. Misschien ken je de trucjes al – dan is het een goede opfrisser – of misschien is het nieuw.

De waarde van een 1

Soms wil je van een normaal getal een breuk maken (waarom je dat zou willen, zie je snel genoeg). Echter, je wil de waarde van het getal niet zomaar aanpassen. Hier is de truc:

$$5 = \frac{5}{1} \quad A = \frac{A}{1} \quad 5+3 = \frac{5+3}{1} \quad A \cdot B = \frac{A \cdot B}{1}$$

Je kan simpelweg de waarde delen door 1! Zo ontstaat er een breuk met dezelfde waarde. Dat kan met elk getal of elke combinatie van waarden.

vermenigvuldiging achter een breuk

Als voor of achter een breuk nog een waarde staat waarmee de breuk vermenigvuldigd wordt, kan je deze waarde ook bovenaan in de breuk plaatsen.

$$\frac{6}{3} \cdot 5 = \frac{6 \cdot 5}{3} \quad M \cdot \frac{K}{L} = \frac{M \cdot K}{L}$$

Als je de berekeningen links doet, zie je dat je in beide gevallen op 10 uitkomt. Wat we eigenlijk doen is van de losse waarde een breuk maken door deze door 1 te delen en vervolgens vermenigvuldigen we de breuken.

$$\frac{6}{3} \cdot \frac{5}{1} = \frac{6 \cdot 5}{3} \quad \frac{M}{1} \cdot \frac{K}{L} = \frac{K \cdot M}{L}$$

In de praktijk komt dit zo vaak voor, dat we hiervoor geen tussenstap hoeven op te schrijven. Dit mag natuurlijk wel, als het je werkwijze verduidelijkt.

Met wat handigheid zie je dat je dit met meerdere waarden tegelijk kan doen.

$$\frac{6}{3} \cdot 5 \cdot 3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 3}{3}$$

$$\frac{K}{L} \cdot M \cdot P = \frac{K \cdot M \cdot P}{L}$$

Opgave 2.2: organiseer de breuk

$$\frac{V}{K} \cdot M \rightarrow$$

$$B \cdot \frac{X}{Y} \cdot A \rightarrow$$

$$\frac{R}{Q} \cdot \left(\frac{N}{m}\right)^2 \rightarrow$$

$$\sqrt{x} \cdot \frac{S}{T} \rightarrow$$

Breuken isoleren

Een geïsoleerde breuk is een breuk waar niets anders meer bij staat.

$$X = \frac{B}{2}$$

Geïsoleerd

$$X = \frac{B}{2} + K$$

Niet Geïsoleerd

Een geïsoleerde breuk is zeer handig bij de balansmethode. Het is vrijwel altijd de moeite waard om te proberen een breuk te isoleren. Dat kan door de balansmethode toe te passen (zoals hierboven, door $-K$ aan beide kanten toe te voegen) of door breuken netter te organiseren (zoals bij opgave 2.2)

Opgave 2.3: Maak geïsoleerde breuken van de niet-geïsoleerde breuken.

$$E = \frac{Q}{R} \cdot F \quad \frac{Y}{O} = P \quad T = \frac{F}{X} - R$$

Breuken: Onder de breuk en achter de =

Bij simpele formules met drie variabelen zie je dat je de variabele onder de deelstreep en de variabele aan de andere kant van de $=$ met elkaar kan omdraaien.

$$6 = 3 \cdot 2 \quad 3 = \frac{6}{2} \quad 2 = \frac{6}{3}$$

Dat kan ook als je meer dan drie variabelen hebt.

bij meer dan drie variabelen gaat het om alles onder de breuk en alles aan de andere kant van de $=$. Let op, dit kan alleen bij een geïsoleerde breuk.

$$X = \frac{Y}{I \cdot K} \rightarrow I \cdot K = \frac{Y}{X} \quad \frac{S}{V} = B^2 + L \rightarrow \frac{S}{B^2 + L} = V$$

Opgave 2.4: Isoleer de gearceerde waarde in de vergelijkingen.

$$\frac{18}{6} = 3$$

$$\frac{R}{x} = z$$

$$\frac{L}{K} = v$$

$$\frac{15}{3+2} = 5$$

$$\frac{15}{3+2} = 5$$

$$\frac{15}{3+2} = 5$$

$$\frac{A}{x+y} = B$$

$$\frac{A^2 - L}{C} = x$$

$$\frac{v+s}{u+k} = w$$

Breuken: Dubbele deelstrepen

$$\frac{R}{S} = T \cdot X$$
$$\frac{\frac{R}{S}}{X} = T$$
$$\frac{R}{S} = \frac{T}{X}$$

Het gebeurt weleens dat je bij het verschuiven van waarden, je een breuk moet gaan delen. Dan kunnen er dubbele deelstrepen ontstaan, ofwel een stapeltje van breuken.

De notatie van dubbele breuken is dan wel van belang, want de breuken moeten 'heel blijven'. Zoals je links ziet, kies ik ervoor om de breuk met een schuine streep te noteren. Zo zie je duidelijk dat de breuk R/S is.

$$\frac{\frac{R}{S}}{X} = \frac{R/S}{X} = \frac{\left(\frac{R}{S}\right)}{X}$$

Hier zie je drie manieren van noteren. **Links:** De breuk wordt kleiner hoe verder je van de middelste breuk af gaat. Als een computer het noteert op deze manier, zijn de aparte breuken wel duidelijk, maar met een handschrift is het soms moeilijk te zien. **Midden:** De breuken worden met schuine deelstrepen genoteerd. Dit kan soms onhandig zijn bij delingen met veel variabelen. **Rechts:** door haken toe te voegen wordt elke dubbelzinnigheid weggenomen, soms ten overvloede.

De notaties midden en rechts worden door elkaar gebruikt (ook in de uitwerkingen), met als doel je aan beide versies te laten wennen.

Waarom moeten de breuken 'heel' blijven? Dat ligt aan de rekenvolgorde. Als je onduidelijk noteert ontstaat er verwarring, en die verwarring zorgt voor heel verschillende uitkomsten:

$$\left(\frac{R}{S}\right) \neq \left(\frac{R}{\frac{S}{X}}\right) \quad \left(\frac{\frac{6}{3}}{\frac{2}{2}}\right) = 1 \quad \left(\frac{6}{\frac{\frac{3}{2}}{2}}\right) = 4$$

Om breuken in breuken weg te werken gebruiken we de regel:

“delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde”.

Breuken in breuken wegwerken komt in twee vormen voor.

$$T = \frac{R/S}{X} = \frac{R/S}{X/1} = \frac{R}{S} \cdot \frac{1}{X} = \frac{R}{S \cdot X}$$

Hier zie je dat de bovenste breuk heel is. We maken van de onderste waarde een breuk door er een 'eende' bij te zetten. Als we dan de bovenste breuk vermenigvuldigen met het omgekeerde van de onderste breuk zie je dat de X uiteindelijk naast de S komt te staan **onder** de deelstreep.

$$T = \frac{R}{S/X} = \frac{R}{1} \cdot \frac{X}{S} = \frac{R \cdot X}{S}$$

Hier zie je dat de onderste breuk heel is. We kunnen R dus meteen vermenigvuldigen met het omgekeerde van de onderste breuk. Je kan de 'eende' onder de R erbij denken, maar dat hoeft eigenlijk niet eens. Je ziet dat in deze situatie de X **boven** de deelstreep erbij komt.

Breuken in breuken in breuken...

Het gebeurt niet alleen dat er dubbele breuken ontstaan, maar ook breuken in breuken (...in breuken, in breuken... etc). Dat wordt snel een rommeltje.

$$\frac{\frac{K}{L}}{\frac{R}{O}} = \frac{R}{O} \cdot V$$
$$\left(\frac{\frac{K}{L}}{\frac{R}{O}}\right) = \frac{K}{L} \cdot \frac{O}{R} = \frac{K \cdot O}{L \cdot R} = V$$

Links zie je een vergelijking waar V geïsoleerd wordt. Hier ontstaat een dubbele breuk.

We verwijderen de breuk R/O door te delen door de breuk. Vervolgens ontstaat een breuk in een breuk, dus we **vermenigvuldigen met het omgekeerde**.

Opgave 2.5 Versimpel de volgende stapeltjes van breuken naar een enkele breuk.

$$\frac{R/Q}{L} \rightarrow$$

$$\frac{T}{V/P} \rightarrow$$

$$\frac{A \cdot X}{W/M} \rightarrow$$

$$\frac{A/B}{X/Y} \rightarrow$$

$$\frac{F/O}{V \cdot \frac{L}{S/T}} \rightarrow$$

En nu brengen we alles tot nu toe samen. Telkens zie je links een versie met getallen en rechts een versie met letters. Met de getallen kan je zien dat de som uitkomt als je de juiste methode hanteert.

Opgave 2.6: Isoleer de waarde(s) in de volgende vergelijkingen.

$$8 + 7 - 6 = 9$$

$$A + B - C = Z$$

$$\frac{2 + 10}{3} = 4$$

$$\frac{x + y}{w} = Q$$

$$\frac{2 + 10}{3} = 4$$

$$\frac{x + y}{w} = Q$$

$$7 + 5 = \frac{18}{3} \cdot 2$$

$$Z + X = \frac{C}{V} \cdot B$$

$$7 + 5 = \frac{18}{3} \cdot 2$$

$$Z + X = \frac{C}{V} \cdot B$$

2.2 Andere bewerkingen

Zoals je hebt gemerkt, verschuiven niet alleen de waarden bij algebra maar ook de wiskundige bewerking gaat mee. +2 wordt -2. De 2 blijft hetzelfde, maar de wiskundige bewerking draait om.

Maar niet alle wiskundige bewerkingen komen met getallen.

Opgave 2.7: Geef van de volgende bewerkingen hun omgekeerde versie

$$+ \rightarrow$$

$$- \rightarrow$$

$$\div \rightarrow$$

$$\cdot \rightarrow$$

$$x^2 \rightarrow$$

$$\sqrt{x} \rightarrow$$

$$x^3 \rightarrow$$

$$x^4 \rightarrow$$

$$\sqrt[6]{x} \rightarrow$$

Rekenvolgorde

als het goed is, weet je al in welke volgorde de verschillende wiskundige bewerkingen moeten gebeuren¹. De volgorde waarop je dingen toevoegt en weghaalt heeft daar ook mee te maken.

Soms zitten de waarden die je wil isoleren in haakjes of wortels. Je moet dan als het ware de laagjes stuk voor stuk weghalen voordat je de waarde kan isoleren. De bewerkingen in normale taal uitdrukken kan helpen, maar dan moet je het wel op de juiste manier doen:

$$\left(\sqrt{\frac{A-X}{W}} \cdot K \right)^2$$

A min X gedeeld door W,
in een wortel, keer K
in het kwadraat.

Stel, je wil de A isoleren. Je kan niet zomaar de -X of de K weghalen, want die zitten nog in een macht. Het laatste dat je zegt is de buitenste 'laag', en moet je dus als eerste weghalen.

¹ Rekenvolgorde is als volgt 1: berekening in haakjes 2: macht en wortel 3: vermenigvuldigen en delen, 4: optellen en aftrekken.

Opgave 2.8 Isoleer de gearceerde waarde

$$\sqrt{\frac{x \cdot z}{A}} = B$$

$$R^2 = \frac{L + K^2}{V}$$

$$\frac{Q}{W} \cdot R = \frac{S}{T}$$

$$\frac{E \cdot T}{B} = \frac{Z}{V \cdot L}$$

Wegstrepen

Bij de balansmethode zijn we waarden aan het opheffen door het omgekeerde toe te voegen. Dit wordt nog weleens 'wegstrepen' genoemd. Het wordt ook veel gebruikt om breuken te vereenvoudigen.

$$\frac{\cancel{B} \cdot A}{x \cdot \cancel{B}} \rightarrow \frac{A}{x}$$

$$\frac{B^2 \cdot A}{x \cdot \cancel{B}} \rightarrow \frac{B \cdot A}{x}$$

$$\frac{\cancel{B^2} \cdot A}{x \cdot \cancel{B^4}} \rightarrow \frac{A}{x B^2}$$

!dit kan alleen als het een vermenigvuldiging is!

Tot nu toe hebben we gewerkt met vergelijkingen waarin elke waarde uniek is en maar één keer voorkomt. Bij natuurkunde formules is dat wenselijk, maar het hoeft niet het geval te zijn. Bij eenheid bepalingen komt het vaak voor dat hetzelfde symbool meerdere keren in de vergelijking staat. We gaan dan zoveel mogelijk vereenvoudigen.

$$\frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \cancel{\text{s}^2}}{\cancel{\text{s}^2}}}{\text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{m}}} = \text{kg}$$

Opgave 2.9 Vereenvoudig de rechterkant van de vergelijking

$$E = \frac{\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \text{m}}{\text{m}^2} \rightarrow$$

$$\mu = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2/\text{s}^2} \rightarrow$$

$$N = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2}{\text{kg}/\text{m}}} \rightarrow$$

3. Significante cijfers

Het aantal cijfers waaruit een getal bestaat, noemt men de significantie. **De significantie geeft de nauwkeurigheid van een meting of berekening aan. Hoe meer significante cijfers een getal heeft, hoe nauwkeuriger het is.** Het is erg belangrijk om de nauwkeurigheid van een antwoord te weten. Vooral als je iets probeert te voorspellen, of als je een risico moet inschatten.

32 32,00 7 0,5 0,023

2 4 1 1 2

Als je het aantal significante cijfers telt, mag je de nullen aan de linkerkant niet meetellen. Hierboven zie je onder de getallen de hoeveelheid significante cijfers en rechts zie je dat de nullen aan de linkerkant niet meetellen.

De nauwkeurigheid van een meetwaarde hangt af van waar het getal wordt afgerond. Vanaf het getal waar op wordt afgerond is het getal niet meer zeker. De 32 hieronder is een minder nauwkeurige meetwaarde dan de 32,00. Tussen 31,50 en 32,49 zit een marge van 0,99. tussen 31,9950 en 32,0049 zit slechts een marge van 0,0099.

31,50 **32** 32,49 31,9950 **32,00** 32,0049

Opgave 3.1: geef de significantie van de getallen

getal	significantie
5	
675	
2.048	
0,0000000001602	
5.000.000	

getal	significantie
0,008123000	
0,00003	
5,93	
10	
0,100	

Telwoorden en meetwaarden

Bij telwoorden het niet mogelijk om de nauwkeurigheid aan te geven met het aantal significante cijfers. Deze getallen zijn namelijk oneindig nauwkeurig. Een telwoord geeft altijd een heel aantal aan. Het telwoord één is altijd precies 1. Dus niet 1,00001 of 0,95. Zulke woorden gebruik je bijvoorbeeld voor een aantal personen, dieren, voorwerpen of tijdseenheden. Als het onlogisch is om cijfers achter de komma te gebruiken, dan gaat het om een telwoord.

Voorbeelden:

- *Het is nogal vreemd om te zeggen dat er 22,5 personen op je feest waren. Er waren er precies 22 of 23, altijd een heel aantal. 22 En 23 zijn in dit geval telwoorden.*
- *De meeste mensen in deze omgeving hebben precies één of twee auto's voor de deur staan. Een auto kan je niet probleemloos verdelen in meerdere stukken. Dan is het geen auto meer, maar een wrak. Eén of twee zijn in dit geval telwoorden.*
- *Bij tijdseenheden is het lastig. Als je zegt dat er zeven dagen in een week zitten moet het een telwoord zijn, maar als je 7 dagen ziek bent is het een meetwaarde. Je kunt namelijk wel 7,5 dagen ziek zijn, maar er zitten altijd exact 7 dagen in een week.*

voorbeelden: 12 maanden per jaar -> telwoord
3,5 uur rijden -> meetwaarde
24 uur per dag -> telwoord

opgave 3.2 kruis aan of het gaat om een telwoord of meetwaarde

notatie	telwoord	meetwaarde
374 passagiers	X	
30 meter		X
5 bijensteken		
7,0 A		
8 batterijen		
180 minuten		
60 seconden per minuut		
anderhalve kip		
11,8 miljoen Belgen		
11 duizend man		

notatie	telwoord	meetwaarde
15 graden celcius		
8 touwen		
17 rijstkorrels		
1,7 miljard rijstkorrels		
15 gigabyte		
2 oordopjes		
2 uur en 5 minuten		
27 procent		
één duikboot		
ongeveer één minuut		

significantie in berekeningen

In een natuurkunde opgave komen vaak meerdere getallen voor. Deze getallen kunnen verschillende significanties hebben. Wat moet dan de significantie van je eindantwoord zijn?

Vermenigvuldigen en delen

Een berekening is net zo onnauwkeurig als het meest onnauwkeurige getal in die berekening. Zoek op wat de laagste significantie is die voorkomt in je berekening. De significantie van je eindantwoord moet hier gelijk aan zijn. Dus bijvoorbeeld:

$$3,0 \cdot 3 = 9$$

$s=2$ $s=1$ $s=1$

$$3,0 \cdot 3,0 = 9,0$$

$s=2$ $s=2$ $s=2$

$$3,0 \cdot 3,00 = 9,0$$

$s=2$ $s=3$ $s=2$

Optellen en aftrekken

Bij optellen en aftrekken werkt het iets anders. Daar kijk je welk getal het minst aantal cijfers achter de komma heeft. Je eindantwoord heeft dat aantal cijfers achter komma. Dus bijvoorbeeld:

$$1,5 + 2,21 = 3,7$$

$d=1$ $d=2$ $d=1$

$$1 + 0,3 = 1$$

$d=0$ $d=1$ $d=0$

$$18,2 + 0,136 = 18,3$$

$d=1$ $d=3$ $d=1$

Denk eraan dat telwoorden een oneindig hoge significantie hebben. Telwoorden moet je dus negeren bij het bepalen van de significantie van het eindantwoord.

Als je het eindantwoord moet gebruiken in een volgende rekenopgave, gebruik dan altijd het niet afgeronde getal om mee verder te rekenen.

Opgave 3.3 Geef de juiste *significantie* van het eindantwoord van de berekening/opgave. (dus geen eindantwoord zelf)

	Berekening / opgave	Significantie eindantwoord
A	$5,0 \cdot 150$	
B	$0,123 \cdot 874$	
C	$1,65 + 4,2$	
D	$8 / 256$	
E	$0,00012300 / 0,050$	
F	$7,00 \cdot 7,00 + 11$	
G	1.53224	
H	1,000.53224	
I	Een uur heeft 60 minuten. Bereken het aantal minuten in 0,451 uur.	
J	2 personen eten elk 200 gram groenten. Hoeveel kilogram groenten eten zij in totaal?	
K	Een auto rijdt 120 km/h. Welke afstand legt hij af in 2,0 uur?	
L	De versnelling van een kogel is $9,813 \text{ m/s}^2$. Wat is de snelheid na 15 seconden?	
M	$100,056 - 100,065$	
N	$0,24 + 0,78$	
O	Voor een etentje van 12 personen meet je 150 gram gekookte rijst per persoon af. Voor de zekerheid schep je er 0,5 kg bij.	

4. Wetenschappelijke notatie

De wetenschappelijke notatie komt van pas wanneer je zeer grote of zeer kleine getallen weergeeft. Getallen worden voor de meeste mensen moeilijk leesbaar vanaf 5 getallen. De duizendscheidingstekens maken het al overzichtelijker, maar ook dat werkt niet voor altijd.

Daarnaast, niemand heeft zin in telkens lange ritsen van nullen op te schrijven... zoals hieronder. Welke van de twee getallen is groter? Hoeveel keer groter is die?

15000000000000- 150000000000000-
000000000000 00000000000000

Wat nou als we die nullen kunnen afkorten? Dat is precies wat we doen met de wetenschappelijke notatie. We kunnen namelijk dezelfde getallen als hierboven ook zo noteren:

$$1,5 \cdot 10^{22}$$

$$1,5 \cdot 10^{26}$$

Als je in de bovenste getallen gaat tellen hoeveel cijfers er achter de 1 staan, zie je dat dat er respectievelijk 22 en 26 zijn. Toevallig zijn dat ook de getallen die in de macht staan in de wetenschappelijke notatie. Zo zie je in één oogopslag dat het rechter getal groter is. Je kan ook vrij gemakkelijk zien dat deze 4 nullen meer heeft en dus 10000 keer groter is.

Waarom mag dat zo?

wiskundig gezien, maakt het niet uit of je een getal opbreekt in een som. In dit geval is dat zelfs wenselijk. Je kan dus 50.000 op meerdere manieren opschrijven.

$$50000 = 5 \cdot 10000 = 5 \cdot 10^5$$

Eén cijfer voor de komma

Bij de wetenschappelijke notatie zetten we *één cijfer voor de komma* en daarna vermenigvuldigen we het met 10, waar een bepaalde macht bij staat. En die macht zegt gewoon hoe vaak we vermenigvuldigen met 10.

$$\begin{aligned}100 &= 10 \cdot 10 &= 10^2 \\1000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 &= 10^3 \\10000 &= 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 &= 10^4\end{aligned}$$

Eigenlijk is dit gewoon een andere manier van het metrisch stelsel gebruiken, en dat kan je al! $\cdot 10^3$ achter een getal zetten is hetzelfde als een kilo voor de eenheid zetten. Je kan dus ook een lijstje maken waar de metrische telwoorden en de wetenschappelijke notatie samen staan:

	↑ ...
10^{12}	= tera = T = biljoen = 1.000.000.000.000
10^9	= giga = G = miljard = 1.000.000.000
10^6	= mega = M = miljoen = 1.000.000
10^3	= kilo = K = duizend = 1.000
10^2	hecto = h = honderd = 100
10^1	deca = Da = tien = 10
10^0	= - = - = - = 1
10^{-1}	= deci = d = tiende = 0,1
10^{-2}	= centi = c = honderdste = 0,01
10^{-3}	= milli = m = duizendste = 0,001
10^{-6}	= micro = μ = miljoenste = 0,000001
10^{-9}	= nano = n = miljardste = 0,000000001
10^{-12}	= pico = p = biljoenste = 0,000000000001
	↓ ...

Notatie met E

In Nederland gebruiken we de notatie met een tienmacht, wereldwijd komt de hoofdletter of kleine letter e (exponent) vaak voor:

$$1E3 = 1 \cdot 10^3$$

$$1E-3 = 1 \cdot 10^{-3}$$

In plaats van de E noteren wij dus $\cdot 10$, en het getal (de exponent) is in superscript (verhoogd).

Opgave 4.1 Zet de getallen om naar wetenschappelijke notatie

Dagelijkse notatie	Wetenschappelijke notatie
5048,30	
$97,4 \cdot 10^2$	
100	
0,0808	
16,2 miljoen	
6,5 miljard	
0,09900	

5. Significantie en wetenschappelijke notatie

Om de juiste significantie te bewaken, zal je soms de wetenschappelijke notatie moeten gebruiken. Dat zie je in gevallen als deze:

$$\underset{2}{4,0} \cdot \underset{6}{200.000} = \underset{6}{800000} = \underset{2}{8,0} \cdot 10^5$$

Door met een groot getal te vermenigvuldigen, krijgt het eindantwoord er ineens een boel cijfers bij! Maar de significantie moet 2 zijn, want dat is de laagste significantie in de berekening. Om dat voor elkaar te krijgen gebruiken we de wetenschappelijke notatie. De 10-macht doet zelf niet mee aan de significantie.

Op toetsen en examens

De juiste significantie hanteren is een goede gewoonte om aan te leren. Bij centrale examens wordt er soms van je gevraagd om een eindantwoord in de juiste significantie te geven. Alleen dan kunnen er punten worden toegekend. Als het niet gevraagd wordt, kan het dus ook niet als een fout worden gerekend. De toetsen en schoolexamens hanteren we dezelfde regels. Echter, je hoeft niet meer te vragen op hoeveel getallen je af moet ronden. Die vraag moet je nu zelf kunnen beantwoorden.

Opgave 5.1: Doe de berekening en geef antwoord met de wetenschappelijke notatie in de juiste significantie

	Berekening / opgave	eindantwoord in de juiste significantie
A	$5,0 \cdot 150$	
B	$0,123 \cdot 874$	
C	$1,65 + 4,2$	
D	$8 / 256$	
E	$0,00012300 / 0,050$	
F	$7,00 \cdot 7,00 + 11$	
G	$1 \cdot 53224$	
H	$1,000 \cdot 53224$	
I	Een uur heeft 60 minuten. Bereken het aantal minuten in 0,451 uur.	
J	2 personen eten elk 200 gram groenten. Hoeveel kilogram groenten eten zij in totaal?	
K	Een auto rijdt 120 km/h. Welke afstand legt hij af in 2,0 uur?	
L	De versnelling van een kogel is $9,813 \text{ m/s}^2$. Wat is de snelheid na 15 seconden?	
M	$100,056 - 100,065$	
N	$0,24 + 0,78$	
O	Voor een etentje van 12 personen meet je 150 gram gekookte rijst per persoon af. Voor de zekerheid schep je er 0,5 kg bij.	